

# Régulation des risques et insolvabilité : le rôle de la responsabilité pour faute en information imparfaite

## The Judgment Proof Problem: The Role of the Negligence Rule Under Imperfect Information

Claude Fluet

Volume 75, numéro 1-2-3, mars-juin-septembre 1999

L'économie publique

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/602296ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/602296ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Fluet, C. (1999). Régulation des risques et insolvabilité : le rôle de la responsabilité pour faute en information imparfaite. *L'Actualité économique*, 75(1-2-3), 379-399. <https://doi.org/10.7202/602296ar>

Résumé de l'article

Avec la règle de la responsabilité sans faute, un agent potentiellement insolvable est incité à prendre insuffisamment de précautions dans la pratique d'activités imposant des risques à des tiers. La règle plus courante de la responsabilité pour faute peut pallier ce problème puisqu'elle conditionne la responsabilité légale sur le comportement de prévention de l'agent, observé *ex post*. Cet article généralise l'analyse de la responsabilité pour faute au cas où la cour n'obtient qu'une information imparfaite sur le comportement de l'agent. En particulier, je montre que le critère juridique de la prépondérance de preuve est compatible avec l'efficacité incitative.

## RÉGULATION DES RISQUES ET INSOLVABILITÉ : LE RÔLE DE LA RESPONSABILITÉ POUR FAUTE EN INFORMATION IMPARFAITE\*

Claude FLUET

*Département de sciences économiques,  
Université du Québec à Montréal*

**RÉSUMÉ** – Avec la règle de la responsabilité sans faute, un agent potentiellement insolvable est incité à prendre insuffisamment de précautions dans la pratique d'activités imposant des risques à des tiers. La règle plus courante de la responsabilité pour faute peut pallier ce problème puisqu'elle conditionne la responsabilité légale sur le comportement de prévention de l'agent, observé *ex post*. Cet article généralise l'analyse de la responsabilité pour faute au cas où la cour n'obtient qu'une information imparfaite sur le comportement de l'agent. En particulier, je montre que le critère juridique de la prépondérance de preuve est compatible avec l'efficacité incitative.

**ABSTRACT** – *The Judgment Proof Problem: the Role of the Negligence Rule Under Imperfect Information.* Under the tort law strict liability rule, a potentially judgment proof agent will take suboptimal care in the conduct of risk generating activities, thereby imposing excessive risks on third parties. The more common negligence rule can alleviate this problem by conditioning liability on the agent's actual level of care, observed *ex post*. This paper extends the analysis of the negligence rule to the case where courts can obtain only imperfect information on the level of care. In particular, I show that the legal practice concerning standards of proof is compatible with incentive efficiency.

### INTRODUCTION

Lorsque plusieurs agents sont concernés par un même aléa, la responsabilité financière limitée de celui qui décide du niveau de risque peut conduire à des choix plus risqués que ce qui serait souhaitable pour l'ensemble des parties en cause. Cela se produit lorsqu'un décideur bénéficie des conséquences favorables de ses actions alors que le coût des conséquences défavorables, du fait de sa responsabilité limitée, est en partie reporté sur d'autres. On retrouve ce phénomène

---

\* Je tiens à remercier Dominique Demougin, Bertrand Koebel et un arbitre anonyme pour leurs commentaires et suggestions sur une première version de ce texte. Cette recherche a bénéficié de subventions FCAR-équipe (Québec) et PAFAC (UQAM).

dans des contextes très divers. Par exemple, on a pu établir une relation entre la vulnérabilité financière des transporteurs aériens et leur comportement en matière de sécurité, ce qui justifie les contrôles réglementaires qui leur sont imposés (inspections et entretien périodique des appareils, etc.). De même, les risques environnementaux mettent souvent en cause des entreprises potentiellement insolvables, ce qui explique les mesures visant à étendre à certains cocontractants de l'entreprise la responsabilité des dommages environnementaux qu'elle pourrait causer, de manière à « responsabiliser » la gestion des risques. Enfin, il est bien connu qu'une institution financière peut être amenée à faire des placements d'autant plus risqués qu'elle est en situation difficile, d'où les exigences en termes de ratio de fonds propres ou autres règles prudentielles imposées aux banques et aux sociétés d'assurance pour protéger les déposants ou les assurés<sup>1</sup>.

Les problèmes d'insolvabilité se posent de façon classique dans le domaine traditionnel de la responsabilité civile. En vertu du Code civil ou de la *common law*, les victimes de dommages accidentels causés par un tiers peuvent sous certaines conditions obtenir réparation aux dépens de l'auteur du dommage. La responsabilité civile constitue ainsi un mécanisme très général de prévention des accidents, puisque la perspective d'avoir à payer des dommages et intérêts influencera le niveau de précaution de l'agent générant les risques. Pour les mêmes raisons que ci-dessus, l'insolvabilité des agents pose cependant problème pour l'efficacité du mécanisme en question : l'obligation de dédommager les victimes a moins de prise sur l'agent générant les risques si celui-ci se sait de toute façon partiellement insolvable. Selon Summers (1983) et Shavell (1986), parmi d'autres, cela constituerait l'une des raisons expliquant la prépondérance de la *règle de la faute* en responsabilité civile. Selon cette règle – et par opposition à la responsabilité sans faute (responsabilité absolue, objective ou de plein droit, etc.) – l'auteur d'un dommage n'est légalement responsable du préjudice causé que s'il a failli à un « devoir élémentaire de prudence » ; c'est-à-dire si son comportement de précaution, tel qu'observé *a posteriori* par la cour, s'avère déficient par rapport à ce qui aurait semblé raisonnable vu les circonstances. Traditionnellement, la règle de la faute constitue la règle « par défaut », en ce sens qu'elle s'applique dans tous les cas ne prévoyant pas explicitement une forme ou une autre de responsabilité sans faute.

On montre facilement que la responsabilité pour faute permet, du moins jusqu'à un certain point, de remédier au problème de *sous-incitation* à la prudence dû à l'insolvabilité potentielle de l'agent. Cela s'explique par le fait que cette règle utilise plus d'information qu'une simple règle de responsabilité sans faute. En effet, elle conditionne la sanction imposée à l'agent générant les risques non sur la seule survenance d'un dommage, mais aussi sur le comportement de

---

1. Sur ces questions voir entre autres Shavell (1984), Brander et Spencer (1989), Ringleb et Wiggins (1990), Rochet (1992), Tirole et Dewatripont (1993), Pitchford (1995), Boyer et Laffont (1996) et Dionne *et al.* (1997).

prévention de l'agent observé *a posteriori*. Avec une information parfaite *ex post* comme dans l'analyse de Shavell (1986), il suffit d'une sanction beaucoup plus faible, donc susceptible d'être payée par un agent partiellement insolvable, pour obtenir le niveau adéquat d'incitation à la prudence *ex ante*. L'objectif de cet article est de voir dans quelle mesure ce résultat se généralise au cas où le tribunal ne dispose *a posteriori* que d'une information imparfaite sur le comportement de l'agent.

L'établissement d'une « faute » par les tribunaux repose le plus souvent sur des indicateurs très approximatifs du comportement véritable du défendeur<sup>2</sup>. L'imperfection de l'information soulève plusieurs questions. Par exemple, même si l'agent est partiellement insolvable par rapport au montant du dommage, on ne doit plus s'attendre à ce que la responsabilité pour faute soit nécessairement préférable à la responsabilité sans faute indépendamment de la qualité de l'information *a posteriori*. Sous quelles conditions l'est-elle? Autrement dit, quel doit être le contenu informationnel des observables *ex post* pour qu'une règle de responsabilité pour faute puisse faire mieux que la responsabilité sans faute? Dans ce qui suit, je donne les conditions nécessaires et suffisantes pour que la règle de la faute puisse faire mieux que la responsabilité sans faute. Je donne également les conditions nécessaires et suffisantes pour que la règle de la faute conduise au niveau de prévention socialement optimal, même en présence d'insolvabilité.

Une question annexe est celle de la détermination des critères pour l'engagement de la responsabilité. Dans une action en dommages et intérêts, la pratique juridique veut que le demandeur ait la charge de la preuve. Il doit non seulement démontrer l'existence d'un préjudice et le lien de causalité avec les actions du défendeur (ce qu'on supposera parfaitement vérifiable ici), mais il doit également démontrer qu'il y a eu faute ou négligence<sup>3</sup>. En droit civil, le standard pour cette démonstration, laquelle s'apparente à un « test d'hypothèse », repose sur la notion de *prépondérance de preuve*. Cela signifie que le demandeur n'obtient gain de cause que si, sur la base des observables *a posteriori*, l'hypothèse du comportement fautif apparaît comme plus vraisemblable que celle du comportement non fautif, au moins par une certaine « marge de prépondérance ». Je montre que les critères de faute efficaces du point de vue des incitations optimales à la prudence satisfont effectivement une condition de prépondérance de preuve. En d'autres termes, la structure du standard juridique de la preuve en droit civil est compatible avec l'efficacité incitative.

---

2. Par exemple, en matière d'accidents de la circulation, l'automobiliste qui heurte le véhicule qui le précède sera en général responsable. Les circonstances de l'accident servent alors de critère pour l'attribution de la responsabilité, même si elles ne sont qu'imparfaitement corrélées avec les comportements véritables des automobilistes impliqués.

3. Ici encore il s'agit de la règle « par défaut » et j'exclus les cas où la loi prévoit explicitement une présomption de faute, etc.

La responsabilité pour faute en information imparfaite a été examinée par un certain nombre de chercheurs, indépendamment des problèmes d'insolvabilité (voir Diamond; 1974, Calfee et Craswell, 1984; Shavell, 1987, et Kolstad, Ulen et Johnson, 1990). Dans ces analyses, où l'on suppose que la cour observe le niveau de prévention de l'agent avec une certaine marge d'erreur, on obtient généralement que la règle de la faute peut aussi bien *sous-inciter* à la prévention que *surinciter* comparativement à ce qui serait socialement souhaitable. Lorsqu'il y a *surincitation*, on conclut que la cour devrait abaisser le standard de comportement non fautif (le « devoir élémentaire de prudence ») de façon à réaliser l'optimum. Ces résultats sont déficients à plusieurs égards. Premièrement, ils présupposent implicitement que la cour n'est pas consciente du fait qu'elle observe le comportement de l'agent avec erreur. Deuxièmement, ils ne spécifient pas dans quelles circonstances un optimum est réalisable, compte tenu de la qualité de l'information *a posteriori*. Enfin, et plus fondamentalement, ils confondent le standard de comportement non fautif avec le standard de la preuve en information imparfaite. L'analyse présentée ici permettra de clarifier ces notions.

Dans la première section, je rappelle brièvement le modèle classique de l'analyse de la responsabilité civile en information parfaite. Dans la section 2, je caractérise l'information *a posteriori* lorsque celle-ci est imparfaite; dans ce contexte, je pose la question de savoir si une règle de responsabilité civile (qui n'est rien d'autre qu'une décision binaire de « responsabilité » ou de « non responsabilité ») peut utiliser efficacement l'information *a posteriori* à des fins d'incitation. La section 3 contient les principaux résultats en ce qui concerne les conditions de contenu informationnel et les critères efficaces pour l'engagement de la responsabilité en information imparfaite. Enfin, dans la section 4, je donne une interprétation statistique des résultats précédents et je montre que l'efficacité incitative est compatible avec la notion juridique de prépondérance de preuve.

## 1. RESPONSABILITÉ CIVILE ET INSOLVABILITÉ

On considère une situation où l'activité d'un agent impose un risque de dommages accidentels à des tiers, les victimes subissant une perte de montant  $D$  en cas d'accident. La probabilité d'accident dépend uniquement de la manière dont l'agent générateur de risques exerce son activité<sup>4</sup>. Soit  $p(a)$  cette probabilité, où  $a \geq 0$  représente l'effort de prévention de l'agent avec  $p' < 0$  et  $p'' > 0$ . Les précautions de l'agent réduisent les bénéfices qu'il retire de son activité, ce coût de prévention étant dénoté par  $C(a)$  avec  $C' > 0$  et  $C'' > 0$ .

L'effort de prévention socialement optimal minimise la somme du coût de prévention et de l'espérance de dommages aux tiers :

$$C(a) + p(a) D.$$

---

4. On suppose que le comportement des victimes potentielles n'a pas d'influence sur le risque.

En supposant une solution intérieure à ce problème, l'effort de prévention socialement optimal  $a^*$  satisfait la condition de premier ordre

$$C'(a^*) + p'(a^*) D = 0. \quad (1)$$

En l'absence de mécanismes internalisant les coûts d'accidents, l'agent générateur de risques exerce son activité avec le niveau de précaution nul. Dans ce qui suit, on analyse le rôle de la responsabilité civile en tant que mécanisme d'incitation à la prévention. Dans certains cas, ce mécanisme réalisera l'optimum; dans d'autres cas, le niveau de précaution sera sous-optimal. Je prend pour acquis que l'activité générant les risques est socialement désirable quel que soit le degré de précaution  $a \geq 0$  de l'agent<sup>5</sup>.

Avec la règle de la *responsabilité sans faute*, l'agent imposant les risques est légalement responsable des dommages qu'il provoque, quel que soit par ailleurs le degré de précaution avec lequel il exerce son activité. L'agent générateur de risques fait alors face à la fonction de coût « sans faute »

$$K_S(a) = C(a) + p(a) D. \quad (2)$$

En supposant la neutralité au risque, l'agent minimise ce coût, ce qui implique qu'il adopte le niveau de précaution socialement optimal.

Avec la règle de la *responsabilité pour faute*, l'agent imposant les risques n'est responsable des dommages qu'il provoque que si son effort de prévention est inadéquat par rapport à une norme ou standard de comportement « raisonnable », compte tenu des caractéristiques de la situation. On suppose que le standard juridique est efficace, en ce sens qu'il correspond au niveau de précaution optimal. Dans ce cas, l'agent fait face à la fonction de coût « pour faute »

$$K_F(a) = \begin{cases} C(a) + p(a) D & \text{si } a < a^*, \\ C(a) & \text{si } a \geq a^*. \end{cases} \quad (3)$$

Avec une telle règle, l'agent adoptera donc également l'effort de précaution socialement optimal.

Telles qu'elles viennent d'être présentées, les deux règles de responsabilité sont équivalentes du point de vue des incitations à la prévention des risques. Il en va autrement lorsque l'obligation de dédommager la victime se heurte à l'insolvabilité de l'agent. Soit  $L$  la limite de solvabilité de l'agent, cette limite s'interprétant comme la pénalité financière maximale qu'on peut lui imposer en cas d'accident. La fonction de coût sans faute devient alors

$$K_S(a) = C(a) + p(a) \min [D, L]. \quad (4)$$

Lorsque  $L < D$ , on vérifie facilement que l'agent choisira un effort de prévention sous-optimal  $a_S < a^*$ .

---

5. En d'autres termes, on n'a pas à se préoccuper ici de savoir si oui ou non l'activité devrait être pratiquée. La borne  $a = 0$  peut s'interpréter comme le niveau de précaution minimal auquel les agents sont astreints indépendamment des mécanismes considérés ici.

De même, la fonction de coût pour faute s'écrit

$$K_F(a) = \begin{cases} C(a) + p(a) \min [D, L] & \text{si } a < a^*, \\ C(a) & \text{si } a \geq a^*. \end{cases} \quad (5)$$

L'intérêt de la responsabilité pour faute tient au fait que, contrairement au cas précédent, l'agent pourra maintenant être incité à faire l'effort de prévention optimal même s'il est insolvable par rapport au montant du dommage. Plus précisément, on montre qu'il existe  $L_1 < D$  tel que l'agent choisira  $a_F = a^*$  si  $L \geq L_1$ . Lorsque  $L < L_1$ , l'agent choisira le même effort de prévention qu'avec la responsabilité sans faute<sup>6</sup>. En excluant les cas où la limite de solvabilité de l'agent est « très faible » (c'est-à-dire  $L < L_1$ ), la responsabilité pour faute est donc strictement préférable à la responsabilité sans faute du point de vue des incitations à la prudence.

Avec la règle de la faute, l'agent est incité à adopter le niveau de prévention socialement optimal à cause de la discontinuité de la fonction de coût en  $a = a^*$ . Cette discontinuité résulte du fait que la cour observe *ex post* (après l'accident) le comportement de prévention de l'agent et qu'elle le pénalise s'il y a déviation par rapport au standard de comportement raisonnable. On contourne ainsi le problème de sous-incitation dû à l'insolvabilité de l'agent par une meilleure information relativement à l'effort de prévention. Les sections qui suivent généralisent cette analyse au cas où l'effort de prévention n'est observé qu'imparfaitement.

## 2. L'INFORMATION A POSTERIORI

Après le fait, la cour est en mesure d'obtenir certaines indications sur le comportement de prévention de l'agent. Par exemple, il lui sera possible d'établir les circonstances de l'accident, au moins de manière approximative. De façon générale, l'ensemble d'information *a posteriori* peut se représenter par un vecteur de signaux. Je suppose que ce vecteur peut se résumer par une statistique exhaustive continue  $X$ , où  $X$  est un scalaire<sup>7</sup>. La fonction de répartition (conditionnelle à la survenance d'un accident) est dénotée par  $F(x, a)$  et la densité par  $f(x, a)$ . Le support de  $X$  est invariant en  $a$ , ce qui exclut la possibilité d'une information parfaite. Pour simplifier, je suppose que ce support est borné, ce qui n'influence pas les résultats mais simplifie l'exposé et les représentations graphiques; sans perte de généralité, on peut alors prendre comme support l'intervalle  $[0, 1]$ . Pour tout  $a$  et tout  $x \in (0, 1)$ , on a  $f(x, a) > 0$  et  $f(x, a)$  deux fois continûment différentiable. L'information *a posteriori* satisfait également les conditions suivantes<sup>8</sup> :

6.  $L_1$  satisfait  $\min_a C(a) + p(a)L_1 = C(a^*)$ , d'où l'on déduit que  $L_1 < D$  (Shavell, 1986).

7. Si les réalisations du vecteur des observables peuvent être ordonnées par la relation « plus favorable que » au sens de Milgrom (1981), le vecteur possède une statistique exhaustive.

8. On note  $f_a = \partial f / \partial a$ ,  $F_{aa} = \partial^2 F / \partial a^2$ , etc.

**Condition 1** (Rapport de vraisemblance monotone) : Pour tout  $a$ , le ratio  $f_a(x, a)/f(x, a)$  est strictement croissant en  $x$  sur l'intervalle  $(0, 1)$ .

**Condition 2** (Convexité de la fonction de répartition) : Pour tout  $a$  et tout  $x$ ,  $F_{aa}(x, a) \geq 0$ .

La première condition signifie que, *a posteriori*, la vraisemblance d'un effort de prévention élevé de la part de l'agent est d'autant plus grande que la valeur réalisée de  $X$  est grande (voir Milgrom, 1981). Cette propriété implique  $F_a(x, a) < 0$  pour  $x \in (0, 1)$ . Autrement dit, la probabilité d'observer  $X$  inférieur à une valeur critique quelconque diminue quand l'effort de prévention de l'agent augmente. La seconde condition signifie que cette probabilité ne décroît pas à un taux croissant avec l'effort de l'agent<sup>9</sup>.

L'une des caractéristiques fondamentales de la responsabilité civile, considérée comme mécanisme incitatif, est de n'utiliser que des sanctions de type « tout ou rien » : si l'agent est reconnu légalement responsable du dommage, il doit compenser intégralement le préjudice causé (du moins jusqu'à la limite de sa solvabilité); s'il est exonéré de responsabilité, il ne paie rien. Avec la règle de la responsabilité pour faute en information parfaite, cela signifie en particulier qu'on ne module pas la sanction en fonction de la valeur de l'écart par rapport au standard juridique. De même, en information imparfaite, on ne module pas la sanction en fonction de la réalisation de la statistique  $X$ , sauf à déterminer sur la base de cette statistique un critère pour l'engagement de la responsabilité.

Un mécanisme général de sanction pourrait utiliser plus finement l'information disponible. Soit  $\tau(X) \leq \min [D, L]$  une sanction en cas d'accident, en fonction de l'information *a posteriori*. Face à cette perspective, l'agent choisit son effort de prévention de façon à minimiser

$$C(a) + p(a) \int_0^1 \tau(x) f(x, a) dx.$$

Dans le mécanisme de la responsabilité civile, la sanction est contrainte à être soit nulle soit égale à  $\min [D, L]$ . La proposition ci-dessous montre qu'un tel mécanisme peut toujours faire aussi bien qu'une sanction utilisant plus finement l'information *a posteriori* (les démonstrations sont en annexe).

**Proposition 1** (Agrégation de l'information) : Soit  $\tau(X)$  une sanction en cas d'accident satisfaisant  $0 \leq \tau(X) \leq \min [D, L]$ . Si  $a$  est un équilibre pour  $\tau(X)$ , alors il existe  $x$  tel que  $a$  est également un équilibre pour la sanction

$$t(X) = \begin{cases} \min [D, L] & \text{si } X \leq x, \\ 0 & \text{si } X > x. \end{cases} \quad (6)$$

9. Ces deux conditions sont suffisantes pour la validité de l'approche dite du premier ordre dans les problèmes d'agence (Rogerson, 1985).



La proposition montre qu'on ne perd rien en se limitant à des sanctions « tout ou rien » dont la mise en oeuvre ne requiert qu'une partition binaire du support de  $X$ , à la manière des tests d'hypothèse. Elle montre également que la région critique pour l'attribution de la responsabilité est de la forme  $X \leq x$ , ce qui découle évidemment directement de l'hypothèse du rapport de vraisemblance monotone. Le résultat précédent est important pour la comparaison des règles de responsabilité. En effet, la supériorité de la responsabilité pour faute dépendra de la qualité de l'information fournie par  $X$ . Comme une sanction « tout ou rien » agrège l'information en une partition binaire, il est nécessaire de vérifier qu'une règle de responsabilité ne perd aucune information pertinente, ce que démontre la proposition<sup>10</sup>.

Avec la sanction  $t(X)$  définie en (6), l'agent choisit  $a$  de façon à minimiser

$$C(a) + p(a) F(a, x) \min [D, L]. \quad (7)$$

Cette fonction de coût est la même que celle de la responsabilité sans faute lorsque  $x = 1$  car l'agent est alors tenu de dédommager les victimes dès lors qu'un accident se produit. Par contre, lorsque  $x < 1$ , il est exonéré de responsabilité en cas d'accident si  $X > x$ , ce qui se produit avec une probabilité  $1 - F(x, a)$  d'autant plus élevée que son effort de prévention est grand.

**Définition :** *Le mécanisme défini par  $t(X)$  à l'équation (6) est une règle de responsabilité sans faute si  $x = 1$ ; c'est une règle de responsabilité pour faute si  $x < 1$ , dont le critère de responsabilité est  $X \leq x$ .*

### 3. CRITÈRES POUR L'ENGAGEMENT DE LA RESPONSABILITÉ

Lorsque l'agent est insolvable par rapport au dommage, sous quelles conditions existe-t-il une règle de responsabilité pour faute strictement préférable à la responsabilité sans faute? Comment se comparent les deux règles lorsqu'il n'y a pas de problème d'insolvabilité? Par ailleurs, quel est le meilleur critère pour l'attribution de la responsabilité? Formellement, le problème consiste à évaluer le coût social  $C(\hat{a}) + p(\hat{a}) D$  de l'activité générant les risques pour différentes valeurs de  $x$ , étant donné la contrainte d'incitation

$$\hat{a} = \arg \min_a C(a) + p(a) F(a, x) \min [D, L]. \quad (8)$$

La meilleure règle correspond au choix de  $x$  qui, compte tenu de (8), minimise le coût social de l'activité.

10. On peut interpréter  $t(X)$  comme une statistique binaire. De façon équivalente, pour appliquer cette sanction il suffit de pouvoir observer les événements  $\{X \leq x\}$  et  $\{X > x\}$ . Ce résultat s'apparente à celui de Demougin et Fluet (1998) qui montrent que, dans un problème principal-agent où les deux parties sont neutres au risque et où l'agent a une limite de solvabilité, toute l'information pertinente du point de vue du principal peut être résumée par une statistique binaire (cf. Innes, 1990; Park, 1995 et Kim, 1997 pour des résultats similaires). La statistique que voudra utiliser le principal n'est cependant pas nécessairement la même que celle qui est définie par (6).

**Lemme 1 :** Pour tout  $a$ , l'expression  $-F_a(x, a)/(1 - F(x, a))$  est strictement croissante en  $x$  et varie de 0 à  $f_a(1, a)/f(1, a) > 0$  pour  $x$  variant de 0 à 1.

L'expression considérée dans le lemme est la réduction proportionnelle de la probabilité d'être reconnu responsable, avec le critère de faute  $X \leq x$ , pour une augmentation marginale de l'effort de prévention. Cette expression mesure la sensibilité de la probabilité d'avoir à payer des dommages et intérêts par rapport à l'effort de prévention (en divisant par  $a$  on obtient une élasticité).

**Proposition 2 :** Soit  $a_s > 0$  le niveau de prévention d'équilibre en responsabilité sans faute et  $a_f$  l'équilibre avec le critère de faute  $X \leq x$ . Alors

$$a_f \geq a_s \quad \text{si et seulement si} \quad \frac{-F_a(x, a_s)}{1 - F(x, a_s)} \geq \frac{-p'(a_s)}{p(a_s)}. \quad (9)$$

**Corollaire 1 :** Supposons  $L < D$  et  $a_s > 0$ . Il existe un critère de faute strictement préférable à la responsabilité sans faute si, et seulement si, il existe  $x < 1$  tel que

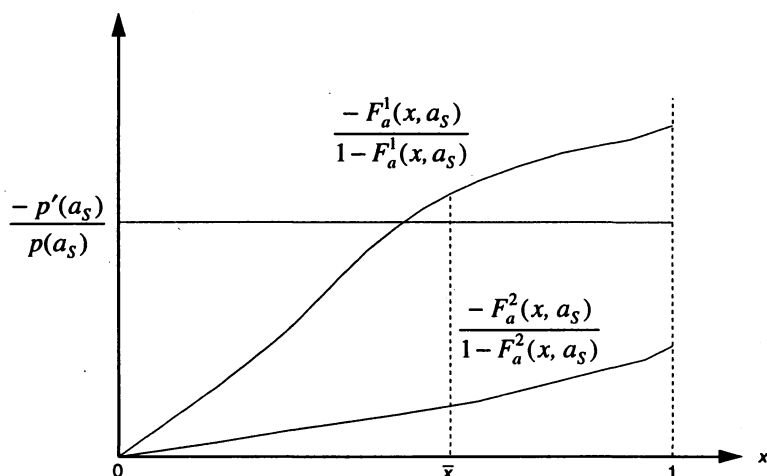
$$\frac{-F_a(x, a_s)}{1 - F(x, a_s)} > \frac{-p'(a_s)}{p(a_s)}. \quad (10)$$

Lorsque  $L < D$ , le niveau de précaution  $a_s$  en responsabilité sans faute est inférieur au niveau socialement optimal. La responsabilité pour faute est alors préférable seulement si elle permet d'augmenter l'effort de prévention. Dans l'inégalité (10), le membre de droite est la réduction proportionnelle dans la probabilité d'accident pour une augmentation marginale de l'effort, à partir de l'équilibre en responsabilité sans faute. Le membre de gauche est l'augmentation proportionnelle de la probabilité d'être exonéré de toute responsabilité, compte tenu du critère de faute. La responsabilité pour faute est donc strictement préférable quand la probabilité d'être exonéré de responsabilité en cas d'accident, sur la base de l'information *a posteriori*, est plus sensible à l'effort de prévention de l'agent que ne l'est la probabilité d'accident elle-même.

Deux situations possibles sont représentées à la figure 1. Avec la statistique  $X_1$ , dont la fonction de répartition est  $F^1$ , on peut trouver un critère de faute permettant d'augmenter l'effort par rapport à l'équilibre en responsabilité sans faute (par exemple  $X \leq \bar{x}$ ). Comme  $a_s < a^*$  et qu'il est toujours possible de choisir  $\bar{x}$  de manière à n'augmenter l'effort que marginalement, la faute permet de faire mieux qu'en responsabilité sans faute. Notons qu'on incite ici à un effort plus grand, tout en « punissant » moins souvent. En effet, l'important n'est pas la fréquence de sanction mais la sensibilité de la probabilité de sanction par rapport à l'effort de l'agent. Avec la statistique  $X_2$ , il n'existe aucun critère de faute permettant de faire aussi bien qu'avec la responsabilité sans faute. La différence entre les deux situations s'explique par la qualité de l'information *a posteriori*. Le contenu informationnel de  $X_2$  est faible en ce sens que cette statistique fournit peu d'indications sur l'effort de l'agent (sa fonction de répartition n'est pas suffisamment sensible à l'effort), en comparaison de l'information fournie directement par la survenance d'un accident.

FIGURE 1

INFORMATION A POSTERIORI



**Corollaire 2 :** Lorsque  $L \geq D$ , le niveau de prévention optimal  $a^*$  est réalisable en responsabilité pour faute si, et seulement si,

$$(A) \text{ Il existe } x_0 < 1 \text{ tel que } \frac{-F_a(x_0, a^*)}{1 - F(x_0, a^*)} = \frac{-p'(a^*)}{p(a^*)}.$$

Si la condition (A) n'est pas satisfaite, tout critère de faute se traduit par un niveau de précaution inférieur à  $a^*$ .

La condition (A) est représentée à la figure 2. Lorsque  $L \geq D$  et que par conséquent  $a_s = a^*$ , on obtient la même incitation à la prévention qu'en responsabilité sans faute avec le critère de faute  $X \leq x_0$ . Dans ce cas, la probabilité d'être exonéré de responsabilité en cas d'accident est ni plus ni moins sensible à l'effort que la probabilité d'accident. Lorsque la condition (A) n'est pas satisfaite, l'optimum de premier rang n'est pas réalisable en responsabilité pour faute. Si  $L \geq D$ , la responsabilité sans faute sera donc préférable.

La condition (A) est nécessaire et suffisante pour obtenir l'optimum lorsque  $L \geq D$ . J'examine maintenant sous quelles conditions on peut réaliser l'optimum même si l'agent est insolvable.

**Lemme 2 :** La condition (A) est équivalente à

$$(B) \text{ Il existe } x_1 < 1 \text{ tel que } \frac{f_a(x_1, a^*)}{f(x_1, a^*)} = \frac{-p'(a^*)}{p(a^*)}.$$

**Proposition 3** (Optimum de premier rang) : *Supposons que (A) est satisfaite et soient  $x_0$  et  $x_1$  tels que définis en (A) et (B). L'optimum  $a^*$  est réalisable pour toute limite de solvabilité  $L \geq L_1$  où*

$$L_1 \equiv D \frac{p'(a^*)}{p'(a^*)F(x_1, a^*) + p(a^*)F_a(x_1, a^*)} < D. \quad (11)$$

*Le critère de faute  $X \leq x$  réalisant l'optimum est défini par*

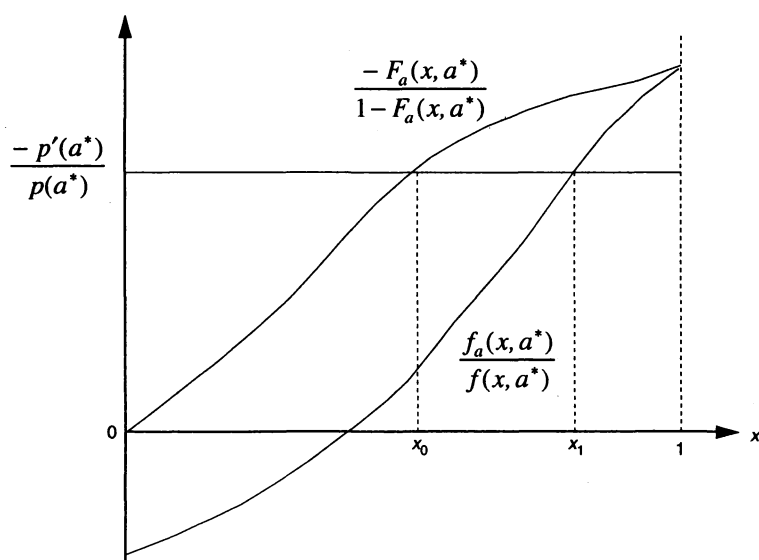
$$\frac{-F_a(x, a^*)}{1 - F(x, a^*) + \max[0, \frac{D-L}{L}]} = \frac{-p'(a^*)}{p(a^*)}. \quad (12)$$

*Pour  $L \geq D$ , on a  $x = x_0$ ; pour  $L \in [L_1, D)$ , on a  $x \in (x_0, x_1]$  et  $x$  strictement décroissant en  $L$ .*

La proposition est illustrée à la figure 2. Considérons le critère de faute défini par (12). Lorsque  $L \geq D$ , l'équation implique  $x = x_0$ , ce qui correspond au corollaire 2. Lorsque  $L < D$ , on a  $x > x_0$  puisque  $x$  augmente quand  $L$  diminue. En augmentant  $x$  dans l'intervalle  $[x_0, x_1]$ , on augmente la sensibilité de la probabilité de sanction par rapport à l'effort, ce qui permet de compenser la baisse du montant de la sanction. Tant que  $L \geq L_1$ , l'équation (12) possède une solution dans l'intervalle  $[x_0, x_1]$  et le niveau de précaution optimal est réalisable. Lorsque  $L < L_1$ , cette équation n'a pas de solution et la responsabilité pour faute, même si elle peut être préférable à la responsabilité sans faute, ne pourra réaliser qu'un optimum de second rang.

FIGURE 2

STANDARD DE LA PREUVE



## 4. TEST STATISTIQUE ET PRÉPONDÉRANCE DE PREUVE

La section précédente a présenté les conditions pour que l'information *a posteriori* soit utile dans la régulation des risques par un mécanisme de responsabilité civile. Dans cette section, je donne une interprétation statistique de ces conditions et je compare le critère du « test d'hypothèse » pour l'engagement de la responsabilité sur la base de la faute avec la pratique juridique de la « prépondérance de preuve ».

On a déjà souligné que la responsabilité sans faute s'apparente à un mécanisme dont la base informationnelle se limite à la seule observation de la survenance ou non survenance d'un accident. Formellement, cela peut se représenter par l'observation d'une statistique  $Y$ , où  $Y = 1$  si un accident se produit et  $Y = 0$  en l'absence d'accident. En responsabilité pour faute, on observe  $Y$  et  $X$  sachant que  $Y = 1$ . Comme  $f_a(x, a)$  n'est pas identiquement nul, il est clair que  $Y$  ne constitue pas pour le « paramètre »  $a$  une statistique exhaustive du couple  $(Y, X)$ . Il y a donc des problèmes de décision statistique portant sur  $a$  (estimation ou tests d'hypothèse) pour lesquels l'observation de  $(Y, X)$  est strictement préférable à la seule observation de  $Y$ , indépendamment des conditions données à la section précédente.

Considérons cependant le problème standard de l'estimation de  $a$  par la méthode du maximum de vraisemblance, en supposant que  $a \in [0, \bar{a}]$  où  $\bar{a}$  est une borne supérieure suffisamment élevée. Lorsque le statisticien n'observe que  $Y$ , on vérifie facilement que la valeur  $\hat{a}$  de cet estimateur est soit  $\hat{a} = \bar{a}$  s'il n'y a pas d'accident soit  $\hat{a} = 0$  s'il y a un accident. Lorsqu'il y a un accident et qu'on observe également  $X = x$ , la valeur de l'estimateur est la solution de

$$\max_{a \in [0, \bar{a}]} p(a) f(x, a).$$

Pour ce type de décision statistique, l'information fournie par  $X$  ne peut donc être pertinente que si la solution du problème précédent est  $\hat{a} > 0$  pour certaines réalisations  $x$ . En d'autres termes, il faut que l'observation de  $X$  puisse conduire à une estimation différente de ce qu'on obtiendrait en l'absence de l'information en question, c'est-à-dire en ne tenant compte que du fait qu'un accident s'est produit. Formellement, il faut que pour certains  $a$  et  $x$  on ait :

$$p'(a) f(x, a) + p(a) f'_a(x, a) > 0$$

ou de façon équivalente

$$\frac{f'_a(x, a)}{f(x, a)} > \frac{-p'(a)}{p(a)}$$

ce qui s'apparente évidemment aux conditions de la section précédente. Dans ce qui suit, j'exploite ce résultat pour reformuler la condition nécessaire à l'existence

d'un critère de faute réalisant le niveau de prévention socialement optimal. Cette reformulation suppose que le problème de la maximisation de la vraisemblance satisfait certaines conditions de régularité<sup>11</sup>.

**Condition 3 :**  $p(a)f(x, a)$  est strictement logconcave en  $a$ .

**Lemme 3 :** Le problème  $\max_{a \in [0, \bar{a}]} p(a)f(x, a)$  possède une solution unique  $\hat{a}(x)$  continue en  $x$ . Pour  $x$  tel que  $0 < \hat{a}(x) < \bar{a}$ ,  $\hat{a}(x)$  est strictement croissant et satisfait

$$\frac{f_a(x, \hat{a}(x))}{f(x, \hat{a}(x))} = \frac{-p'(\hat{a}(x))}{p(\hat{a}(x))}. \quad (13)$$

L'expression  $\hat{a}(x)$  est l'estimateur du maximum de vraisemblance lorsqu'il y a eu un accident et qu'on a observé  $X = x$ . Quelle que soit la qualité de l'information, pour  $x$  suffisamment petit, l'équation (13) n'a pas de solution et on a  $\hat{a}(x) = 0$ . Par ailleurs, si  $X$  est insuffisamment informative, l'équation (13) ne possédera aucune solution quel que soit  $x$  et on aura alors  $\hat{a}(x) = 0$  pour tout  $x$ .

**Proposition 4 :** La condition (A) pour la réalisation du niveau de prévention socialement optimal est équivalente aux conditions suivantes :

(C) Il existe  $x < 1$  tel que  $\hat{a}(x) \geq a^*$ .

(D) Il existe  $x < 1$  tel que

$$r(x) = \frac{\sup_{a \leq a^*} p(a)f(x, a)}{\sup_{a \geq a^*} p(a)f(x, a)} < 1. \quad (14)$$

Selon la condition (C), l'information *a posteriori* doit être telle que pour certaines réalisations l'estimateur du maximum de vraisemblance donne une valeur au moins égale au standard juridique de comportement raisonnable. L'expression  $r(x)$  dans la condition (D) est le ratio de vraisemblance qu'utiliserait un statisticien pour un test entre les hypothèses composites :

$H : a \geq a^*$

$K : a < a^*$

11. La condition 3 s'écrit

$$\frac{d(f_a/f)}{da} < \frac{d(-p'/p)}{da}$$

et elle est satisfaite si par exemple  $p(a)$  et  $f(x, a)$  sont logconcaves, l'une des deux fonctions étant strictement logconcave.

Le statisticien rejettera  $K$  et acceptera  $H$  si le ratio de vraisemblance  $r(x)$  est inférieur à une certaine valeur critique qu'il aura déterminée (on vérifie facilement que  $r(x)$  est décroissant en  $x$ ). Si  $X$  est peu informative, toutes les réalisations  $r(x)$  seront supérieures à l'unité, bien que cela n'empêche pas d'utiliser  $X$  pour trancher entre les hypothèses  $H$  et  $K$ . Cependant, selon la condition (D),  $X$  ne sera utile dans la détermination d'un critère de faute *incitatif* que si cette statistique est suffisamment informative pour que certaines réalisations satisfassent  $r(x) < 1$ . Autrement dit, il faut qu'en cas d'accident l'hypothèse d'un comportement conforme au standard ( $a \geq a^*$ ) puisse être jugée plus vraisemblable, étant donné l'information *a posteriori*, que celle d'un comportement fautif ( $a < a^*$ ).

Comme je l'ai souligné dans l'introduction, aussi bien dans la *common law* que dans la tradition civiliste, le plaignant a la charge de la preuve : il doit établir qu'il y a eu faute (il n'y a généralement pas présomption de faute) et il n'obtiendra gain de cause que s'il y a *prépondérance de preuve* en sa faveur. On peut interpréter cette règle de preuve comme la nécessité de démontrer que l'hypothèse  $K$  est « significativement » plus vraisemblable que l'hypothèse  $H$ . Le niveau d'exigence quant à la marge de prépondérance est laissée à la discrétion de la cour et il dépendra en général du genre de cause sur laquelle elle doit se prononcer<sup>12</sup>. La dernière proposition montre que le critère de faute optimal déterminé dans la section précédente satisfait une condition de prépondérance de preuve.

**Proposition 5** (Prépondérance de preuve) : Soit  $r(X)$  le ratio de vraisemblance du comportement fautif par rapport au comportement non fautif, tel que défini à la proposition 4. Si la condition (A) est satisfaite et si  $L \geq L_1$ , le critère de faute optimal pour la réalisation de  $a^*$  est de la forme

$$r(X) \geq k \quad (15)$$

où la valeur critique  $k \geq 1$  est strictement croissante en  $L$  lorsque  $L_1 \leq L < D$  et où  $k = r(x_0) > 1$  si  $L \geq D$ .

Sauf dans le cas limite  $L = L_1$ , le critère de faute optimal est tel que la responsabilité de l'auteur du dommage ne sera engagée que si l'hypothèse d'un comportement fautif est strictement plus vraisemblable que celle d'un comportement conforme au standard. Il n'est peut-être pas inutile de mettre ce résultat en parallèle avec la condition (D). Premièrement, un critère de faute ne permet de réaliser le niveau de prévention optimal que si l'information *a posteriori* permet, dans certaines circonstances, de considérer qu'un comportement non fautif est plus vraisemblable qu'un comportement fautif, même s'il y a eu accident. Cette condition porte sur la qualité de l'information *a posteriori* et elle est spécifiée par la condition (D). Deuxièmement, étant donné un ensemble d'information de

12 En matières criminelles, les règles de preuve sont différentes et on doit démontrer la culpabilité *hors de tout doute raisonnable*, ce qui représente un critère beaucoup plus rigoureux que la prépondérance de preuve.

qualité suffisante, le critère de faute optimal doit satisfaire une condition de prépondérance de preuve, la victime n'obtenant gain de cause que si la faute apparaît comme strictement plus vraisemblable que l'absence de faute.

## CONCLUSION

L'analyse présentée ici a abordé le rôle de la faute en responsabilité civile en deux étapes. Premièrement, étant donné la qualité de l'information *a posteriori*, est-il possible de faire mieux en responsabilité pour faute qu'en responsabilité sans faute? Et s'il n'y a pas de problème d'insolvabilité, est-il possible de faire aussi bien? Deuxièmement, si l'information *a posteriori* est de qualité suffisante, quel est le critère efficace pour l'engagement de la responsabilité, c'est-à-dire quel doit être le standard de la preuve? Cette approche clarifie les résultats obtenus jusqu'ici dans la littérature sur le mécanisme de la responsabilité pour faute en information imparfaite<sup>13</sup>.

Dans l'analyse standard, on suppose que la cour observe le niveau de précaution de l'agent avec une marge d'erreur, c'est-à-dire qu'elle observe une statistique  $X = a + \tilde{\epsilon}$  où  $\tilde{\epsilon}$  est une variable aléatoire de moyenne nulle<sup>14</sup>. Puisque le niveau de prévention optimal est  $a^*$ , par analogie avec l'analyse en information parfaite on suppose ensuite que la cour utilise comme critère de faute  $X \leq a^*$ . Sur cette base on trouve que la règle de la faute peut aussi bien sous-inciter à la prévention que sur-inciter comparativement à l'optimum  $a^*$ . À partir des résultats présentés ici, il est clair cependant que le critère  $X \leq a^*$  est parfaitement arbitraire. En fait, si  $X$  est insuffisamment informative (par exemple si la variance de  $\tilde{\epsilon}$  est trop grande), la responsabilité pour faute sera toujours *sous-incitative* quel que soit le critère de faute, c'est-à-dire quel que soit  $a_c$  tel que l'agent est reconnu responsable si  $X \leq a_c$ . Par ailleurs, si  $X$  est suffisamment informative, cela signifie qu'il existe  $a_c$  tel que le critère de faute  $X \leq a_c$  incitera l'agent à choisir le niveau de prévention  $a^*$ . Cependant, dans ce cas,  $a_c$  ne doit pas être interprété comme le standard juridique de comportement non fautif, mais plutôt comme une valeur critique pour un standard de preuve en information imparfaite. En d'autres termes, par rapport au cas qui lui est soumis, la cour peut évaluer que le standard de comportement raisonnable est  $a^*$ . Elle statuera ensuite entre les hypothèses  $a < a^*$  et  $a \geq a^*$  selon qu'elle observe  $X \leq a_c$  ou  $X > a_c$ , c'est-à-dire en fonction du standard de preuve défini par  $a_c$ .

13 Voir les références dans l'introduction.

14. On suppose ici que le support de  $X$  n'est pas borné.



## ANNEXE

**Proposition 1** : Supposons que  $\tau(x)$  réalise  $a^0 > 0$ , sinon le résultat va de soi. Cela implique

$$C'(a^0) + \int_0^1 \tau(x) [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx = 0. \quad (16)$$

Avec le mécanisme  $t(X)$  l'agent minimise

$$C(a) + p(a) F(x, a) \min [D, L].$$

Cette expression est convexe en  $a$ . Il suffit donc de montrer qu'il existe  $x^0$  tel que

$$\begin{aligned} & C'(a^0) + \min [D, L] [p'(a^0) F(x^0, a^0) + p(a^0) F_a(x^0, a^0)] \\ &= C'(a^0) + \int_0^{x^0} \min [D, L] [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Soit

$$\begin{aligned} G(z) &= \int_0^z \min [D, L] [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx \\ &- \int_0^1 \tau(x) [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx. \end{aligned} \quad (18)$$

Le second terme du membre de droite est négatif par la condition (16), de sorte que  $G(0) > 0$ . On peut réécrire  $G(z)$  sous la forme

$$\begin{aligned} G(z) &= \int_0^z \{ \min [D, L] - \tau(x) \} [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx \\ &- \int_z^1 \tau(x) [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx. \end{aligned} \quad (19)$$

À partir de la condition 1, on peut montrer que pour  $a$  quelconque l'expression

$$p'(a) f(x, a) + p(a) f_a(x, a)$$

est soit négative pour tout  $x$ , soit négative pour  $x < \bar{x}$  et positive pour  $x > \bar{x}$  où  $\bar{x} \in (0, 1)$ . Dans le premier cas,  $0 \leq \tau(x) \leq \min [D, L]$  implique

$$G(1) = \int_0^1 \{ \min [D, L] - \tau(x) \} [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx \leq 0. \quad (20)$$

Dans le second cas,  $0 \leq \tau(x) \leq \min [D, L]$  implique

$$\begin{aligned} G(\bar{x}) &= \int_0^{\bar{x}} \{ \min [D, L] - \tau(x) \} [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx \\ &- \int_{\bar{x}}^1 \tau(x) [p'(a^0) f(x, a^0) + p(a^0) f_a(x, a^0)] dx \leq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Comme  $G(0) > 0$ , par continuité il existe donc  $x^0$  tel que  $G(x^0) = 0$ . En comparant (16) et (17), on voit facilement qu'il s'agit du  $x^0$  recherché. C.Q.F.D.

**Lemme 1 :** Soit  $\varphi(x, a) = -F_a(x, a)/(1 - F(x, a))$ . Le support de  $X$  étant  $[0, 1]$ , on a  $F_a(0, a) = 0$ , donc  $\varphi(0, a) = 0$  et par la règle de l'Hôpital  $\varphi(x, a) \rightarrow f_a(1, a)/f(1, a)$  quand  $x \rightarrow 1$ . La condition 1 implique

$$\frac{f_a(1, a)}{f(1, a)} > 0 \quad (22)$$

puisque

$$\int_0^1 [f_a(x, a)/f(x, a)] f(x, a) dx = 0. \quad (23)$$

Par ailleurs,

$$\text{signe} \left( \frac{d\varphi(x, a)}{dx} \right) = \text{signe} \left( \varphi(x, a) - \frac{f_a(x, a)}{f(x, a)} \right). \quad (24)$$

S'il existait  $x < 1$  tel que  $d\varphi(x, a)/dx < 0$ , on aurait

$$\varphi(x, a) - \frac{f_a(x, a)}{f(x, a)} < 0 \quad (25)$$

et par la condition 1

$$\frac{d}{dx} \left( \varphi(x, a) - \frac{f_a(x, a)}{f(x, a)} \right) < 0$$

ce qui est incompatible avec  $\varphi(x, a) \rightarrow f_a(1, a)/f(1, a)$  quand  $x \rightarrow 1$ . C.Q.F.D.

**Proposition 2 :**  $a_S > 0$  implique

$$C'(a_S) + p'(a_S) \min [D, L] = 0. \quad (26)$$

$a_F$  minimise la fonction strictement convexe

$$C(a) + p(a) F(x, a) \min [D, L].$$

On a donc

$$a_F \geq a_S \text{ si } C'(a_S) + [p'(a_S) F(x, a) + p(a_S) F_a(x, a_S)] \min [D, L] \geq 0. \quad (27)$$

L'énoncé est démontré en substituant pour  $C'(a_S)$  dans (27) à partir de (26). C.Q.F.D.

**Corollaire 1 :** Si  $L < D$ ,  $a_S < a^*$  où  $a^*$  minimise  $C(a) + p(a) D$ , une fonction strictement convexe.  $a_F$  est donc strictement préférable à  $a_S$  seulement si  $a_F > a_S$ . Par la proposition 2, ceci établit la nécessité de la condition. Pour démontrer que cette condition est suffisante, il suffit de montrer qu'elle permet d'obtenir  $a_F$  satisfaisant  $a_S < a_F \leq a^*$ .  $a_F$  est solution de

$$C'(a_F) + [p'(a_F) F(x, a_F) + p(a_F) F_a(x, a_F)] \min [D, L] = 0. \quad (28)$$

Pour  $x = 1$ , cette équation est la condition définissant  $a_S > 0$  de sorte que  $a_F = a_S$  si  $x = 1$ . Il suffit donc de montrer que  $a_F > a_S$  pour  $x$  proche de 1 ou de façon équivalente que  $da_F/dx < 0$  dans ce voisinage. À partir de (28) et des conditions de convexité, on vérifie facilement que  $da_F/dx < 0$  si

$$p'(a_F) f(x, a_F) + p(a_F) f_a(x, a_F) > 0. \quad (29)$$

Par le lemme 1, la condition dans l'énoncé implique

$$\frac{f_a(1, a_S)}{f(1, a_S)} > \frac{-p'(a_S)}{p(a_S)} \quad (30)$$

Par continuité, comme  $a_F = a_S$  en  $x = 1$ , la condition (29) est donc vérifiée pour  $x$  proche de 1. C.Q.F.D.

**Corollaire 2 :** Sachant que  $a_S = a^*$  lorsque  $L \geq D$ , la première partie de l'énoncé découle directement de la proposition 2. Par le lemme 1, si la condition (A) n'est pas satisfaite on a

$$\frac{-F_a(x, a^*)}{1 - F(x, a^*)} < \frac{-p'(a^*)}{p(a^*)}, \text{ pour tout } x < 1. \quad (31)$$

Pour  $x$  donné,  $a_F$  minimise la fonction strictement convexe

$$C(a) + p(a) F(x, a) D.$$

Comme (31) implique que pour tout  $x < 1$

$$C'(a^*) + [p'(a^*) F(x, a^*) + p(a^*) F_a(x, a^*)] D > C'(a^*) + p'(a^*) D = 0 \quad (32)$$

on a nécessairement  $a_F < a^*$ . C.Q.F.D.

**Lemme 2 :** Par le lemme 1, la condition (A) est équivalente à

$$\frac{f_a(1, a^*)}{f(1, a^*)} > \frac{-p'(a^*)}{p(a^*)}. \quad (33)$$

Par ailleurs,  $f_a(0, a^*)/f(0, a^*) < 0$  et il suit que (33) est équivalent à (B).  $x_1 > x_0$  découle de ce que  $-F_a/(1 - F)$  strictement croissant implique

$$\frac{-F_a(x, a^*)}{1 - F(x, a^*)} > \frac{-f_a(x, a^*)}{f(x, a^*)} \text{ pour tout } x < 1.$$

C.Q.F.D.

**Proposition 3 :** Si  $L \geq D$ , le résultat découle du corollaire 2 en prenant  $x = x_0$ . Supposons donc  $L < D$ . À partir de la condition de premier ordre définissant  $a^*$  et de la condition définissant  $a_F$  on vérifie que le critère  $X \leq x$  doit satisfaire

$$- [p'(a^*) F(x, a^*) + p(a^*) F_a(x, a^*)] L = -p'(a^*) D. \quad (34)$$

Il suffit de vérifier pour quelles valeurs de  $L$  cette condition peut être satisfaite. L'expression multipliant  $L$  atteint un extremum en  $x = x_1$ , c'est-à-dire en  $x_1$  tel que

$$p'(a^*)f(x_1, a^*) + p(a^*)f_a(x_1, a^*) = 0. \quad (35)$$

Puisque  $f_a/f$  est strictement croissant, cet extremum est un maximum strict. La plus petite valeur  $L$  satisfaisant la condition est donc  $L_1$  telle que définie dans la proposition et dans ce cas  $x = x_1$ . À partir de (34), on vérifie facilement que  $dL/dx < 0$  pour  $x \in (x_0, x_1)$ . Comme  $L = D$  satisfait (34) pour  $x = x_0$  et que  $x_1 > x_0$ , ceci implique  $L_1 < D$ . Enfin, ces résultats impliquent  $dx/dL < 0$  pour  $x \in (x_0, x_1)$ . C.Q.F.D.

**Lemme 3 :** Soit  $\psi(x, a) = p(a)f(x, a)$ . L'équation de l'énoncé est équivalente à  $\psi_a = 0$ . Les conditions de *logconcavité* impliquent  $\psi\psi_{aa} - (\psi_a)^2 < 0$ , d'où il suit que pour tout  $a$  et  $x$  satisfaisant  $\psi_a = 0$  on a  $\psi_{aa} < 0$ . On montre alors facilement que, pour  $x$  donné,

$$\psi_a(x, a) = 0 \quad (36)$$

possède au plus une solution  $a \in [0, 1]$  et que, si une telle solution existe, elle satisfait  $a = \hat{a}(x)$ ; inversement, si  $\hat{a}(x)$  est une solution intérieure, (36) doit être satisfaite. Enfin, pour  $x \in (0, 1)$ ,  $\hat{a}(x)$  est dérivable, donc continue, avec

$$\frac{d\hat{a}}{dx} = -\frac{\psi_{ax}}{\psi_{aa}} > 0 \quad (37)$$

où

$$\begin{aligned} \psi_{ax} &= p'f + pf_{ax} \\ &= pf \frac{d(f_a/f)}{dx} > 0. \end{aligned} \quad (38)$$

C.Q.F.D.

**Proposition 4 :**  $\hat{a}(x)$  n'est pas décroissant et on vérifie facilement que  $\hat{a}(0) = 0$ . On a donc (C) si, et seulement si, il existe  $x' < 1$  tel que  $\hat{a}(x') = a^*$ . Par le lemme 3, ce  $x'$  ne peut être que  $x_1$  tel que défini dans la condition (B), de sorte que (B) et (C) sont équivalents. Enfin, (D) est vérifié si, et seulement si, il existe  $x < 1$  tel que  $\hat{a}(x) > a^*$ . Par un argument analogue au précédent, ceci signifie qu'il existe  $x_1 < 1$  tel que  $\hat{a}(x) \geq 1$  pour tout  $x \geq x_1$ , d'où il suit que (D) est équivalent à (C). C.Q.F.D.

**Proposition 5 :** Soit  $x(L) \in [x_0, x_1]$  le critère défini à la proposition 3. On vérifie facilement que  $r'(x) < 0$ . Le critère  $X \leq x(L)$  est donc équivalent à  $r(X) \geq k = r[x(L)]$  et il suit que  $k$  est croissant en  $L$  pour  $L \in [L_1, D]$ . Enfin,  $\hat{a}(x_1) = a^*$  et donc  $r(x_1) = 1$ . Pour  $L \geq D$ , on a  $k = r(x_0) > 1$ . C.Q.F.D.

## BIBLIOGRAPHIE

- BOYER, M., et J.-J. LAFFONT (1996), « Environmental Protection, Producer Insolvency and Lender Liability », dans XEPAPADEAS, A (dir.), *Economic Policy for the Environment and Natural Resources*, Edward Elgar, Cheltenham, p.80-94.
- BRANDER, J., et B. J. SPENCER (1989), « Moral Hazard and Limited Liability: Implications for the Theory of the Firm », *International Economic Review*, 30(4) : 833-849.
- CALFEE, J., et R. CRASWELL (1984), « Some Effects of Uncertainty on Compliance with Legal Standards », *Virginia Law Review*, 70 : 965-1003.
- DEMOUGIN, D., et C. FLUET (1998), « Mechanism-Sufficient Statistic in the Risk Neutral Agency Problem », *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 154 (4) : 622-639.
- DIAMOND, P. (1974), « Single Activity Accidents », *Bell Journal of Economics*, 5 : 366-405.
- DIONNE, G. *et al.* (1997), « Debt, Moral Hazard and Airline Safety. An Empirical Evidence », *Journal of Econometrics*, 79 : 379-402.
- INNES, R. (1990), « Limited Liability and Incentive Contracting with Ex Ante Choices », *Journal of Economic Theory*, 52 : 45-67.
- KIM, S. K. (1997), « Limited Liability and Bonus Contracts », *Journal of Economic Management and Strategy*, 6 : 899-913.
- KOLSTAD, CH., T. S. ULEN, et G. JOHNSON (1990), « Ex Post Liability for Harm vs. Ex Ante Safety Regulation: Substitutes or Complements? », *American Economic Review*, 80(4) : 888-901.
- MILGROM, P. R. (1981), « Good News and Bad News: Representation Theorems and Applications », *Bell Journal of Economics*, 12(2) : 380-391.
- PARK, E. S. (1995), « Incentive Contracting under Limited Liability », *Journal of Economic Management and Strategy*, 4 : 477-490.
- PITCHFORD, R. (1995), « How Liable Should a Lender Be? The Case of Judgement-Proof Firms and Environmental Risks », *American Economic Review*, 85(5) : 1 171-1 186.
- RINGLEB, A. H., et S. N. Wiggins (1990), « Liability and Large-Scale, Long-Term Hazard », *Journal of Political Economy*, 98(3) : 574-595.
- ROCHET, J.C. (1992), « Capital Requirements and the Behavior of Commercial Banks », *European Economic Review*, 36 : 1 137-1 178.
- ROGERSON, W. (1985), « The First-Order Approach to Principal-Agents Problems », *Econometrica*, 53 : 1 357-1 367.
- SHAVELL, S. (1984), « A Model of the Optimal Use of Liability and Safety Regulation », *Rand Journal of Economics*, 15 : 271-280.
- SHAVELL, S. (1986), « The Judgment Proof Problem », *International Review of Law and Economics*, 2 : 67-80.

SHAVELL, S. (1987), *Economic Analysis of Accident Law*, Harvard University Press, Cambridge.

SUMMERS, J. (1983), « The Case of the Disappearing Defendant: An Economic Analysis », *University of Pennsylvania Law Review*, 132 : 145-185.

TIROLE, J., et M. DEWATRIPONT (1993), *La réglementation prudentielle des banques*, Payot, Lausanne.